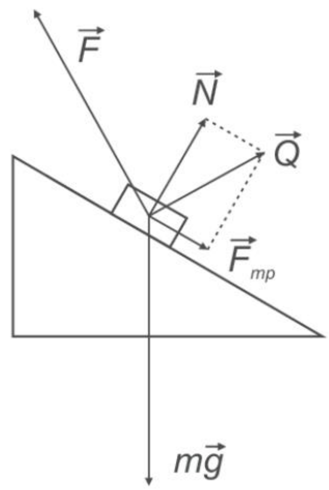
Задание 1

По наклонной плоскости, образующей угол 20° с горизонтом, за веревку затаскивают ящик. Коэффициент трения ящика о плоскость равен 0,58. Под каким углом к горизонту следует направить веревку, чтобы с наименьшим усилием равномерно затаскивать ящик? Ответ запишите в градусах, округлив до целого числа.

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение



На ящик действует сила тяжести mg, сила натяжения веревки F, сила нормальной реакции опоры N и сила трения $F_{тр}$. Спроецируем все силы на направления вдоль сходней и перпендикулярно к ним, и запишем соответствующие уравнения движения.

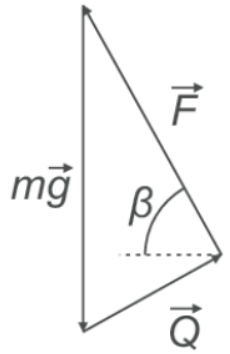
Заменим силы N и $F_{тр}$ их равнодействующей – полной силой реакции опоры (см. рис.):

$$\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \quad (1)$$

При равномерном движении сумма сил Q, F и mg должна равняться нулю, а их векторы образовывать замкнутый треугольник. Известно, что направление силы Q составляет с нормалью к наклонной плоскости угол δ, определяемый соотношением:

$$tg\delta = \frac{F_{тр}}{N} = \mu. \qquad (2)$$

Отсюда видно, что при изменении модуля и направления силы F направление силы Q остается неизменным. Так как модуль и направление mg неизменны, то модуль F окажется минимальным, если этот вектор окажется перпендикулярным Q (см. рис.).



При этом F будет составлять с горизонтом угол

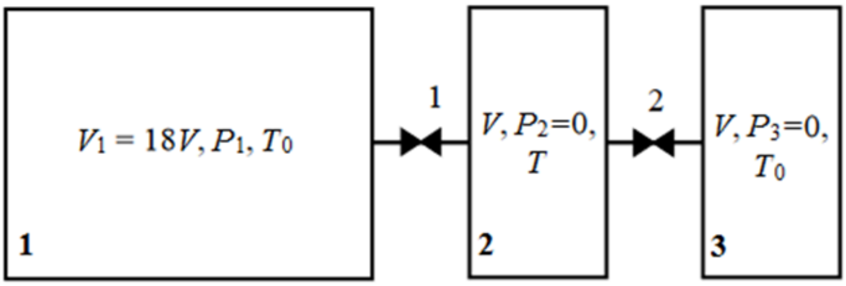
$$\beta = \alpha + \delta = \alpha + arctg\mu = 50°. \qquad (3)$$

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
2	Записано выражение $\beta = \alpha + \delta = \alpha + arctg\mu = 50°$
2	Записано выражение $tg\delta = \frac{F_{тр}}{N} = \mu$
2	Записано выражение $\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{тр}$
2	Сделан рисунок с указанием всех сил
0	Решение отсутствует

Задание 2

На рисунке изображены три объёма. Объёмы 2 и 3 одинаковы, тогда как объём 1 – в 18 раз больше. В первом объёме находится идеальный газ при давлении P_1 = 4 МПа, объёмы 2 и 3 можно считать пустыми.



Задачей экспериментатора является получение давления P_3 = 6 МПа в объёме 3. При этом объёмы 1 и 3 всегда имеют комнатную температуру T_0 =

298 K, изменить которую нельзя. С другой стороны, температуру объёма 2 можно контролируемо варьировать в диапазоне от 80 K (температура жидкого азота) до комнатной температуры. Вентили 1 и 2 можно открывать и закрывать в любом порядке. Считать, что открывание вентиля всегда приводит к выравниванию давлений в объёмах. Предложить любую последовательность допустимых действий, которая позволит получить в объёме 3 давление P_3 = 6 МПа.

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение

Получить газ в Объеме 3 можно только из Объёма 2. При соединении этих объемов (вентиль 2 открыт) будет выполнено условие

$$P_2' = P_3',$$

в результате чего равенство Объёмов 2 и 3 даст соотношение

$$\nu_2' R T_2' = \nu_3' R T_3'$$

где ν_2', ν_3' – количества вещества в объёмах после соединения, R – универсальная газовая постоянная. Наименьшее количество вещества в Объёме 2 останется при наибольшей температуре T_2', так что соединять Объёмы 2 и 3 лучше при комнатной температуре (T_2' = T_3' = T_0' = 298 K).

Теперь, пусть ν_2 - количество вещества в Объёме 2 перед объединением с Объёмом 3, удовлетворяющее условию

$$\upsilon_2 = 2\upsilon_3' = \frac{2P_3'V}{RT_0} \qquad (1)$$

Далее, в Объем 2 вещество должно поступить из Объёма 1. Давление при соединении этих объёмов будет не больше, чем P_1 = 4 МПа, так что при комнатной температуре в Объём 2 не поступит количество вещества, достаточного для получения 6 Мпа в Объёме 3. Таким образом, при соединении Объёмов 1 и 2 температура Объема 2 T_2 должна быть ниже комнатной. Если P_1 = 4 МПа – исходное давление в Объеме 1, а υ_1, υ_2, P_2 - количества вещества и давление в объёмах после соединения, то будут выполняться следующие соотношения:

$$\nu_1 + \nu_2 = \frac{P_1 V_1}{R T_0}$$

$$P_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{V_1},\ T_1 = T_0,\ \nu_1 = \frac{T_2 V_1}{T_0 V_2}\nu_2$$

$$\nu_2\left(\frac{T_2 V_1}{T_0 V_2} + 1\right) = \frac{P_1 V_1}{R T_0},$$

Учитывая равенство (1), определяем температуру T_2, которую должен иметь Объем 2 при соединении с Объемом 1:

$$\frac{2P_3 V}{R T_0}\left(\frac{T_2 V_1}{T_0 V} + 1\right) = \frac{P_1 V_1}{R T_0}$$

$$(T_2 V_1 + T_0 V) = \frac{P_1 V_1}{R T_0} T_0 V$$

$$T_2 = T_0 \frac{V}{V_1}\left(\frac{P_1 V_1}{2 P_3 V} - 1\right) = \frac{5}{18} T_0 = 82{,}8\ \text{К}.$$

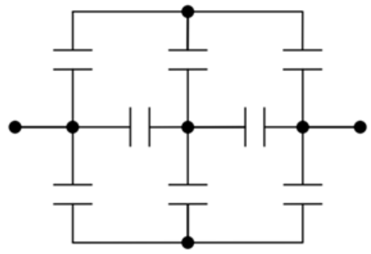
Порядок действий может быть следующим: охладить Объём 2 до температуры T_2 = 82,8 K, соединить с Объёмом 1, после установления равновесия вентиль 1 закрыть (разъединить объёмы), затем Объём 2 нагреть до комнатной температуры, после чего соединить его с Объёмом 3.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
1	Рассчитаны необходимые температуры Объёма 2
3	Предложен конкретный алгоритм последовательного объединения, охлаждения и нагревания объёмов, позволяющий решить задачу
2	Показано, что Объём 2 в процессе эксперимента должен быть охлаждён
2	Учтён факт сохранения суммарного количества вещества при объединении двух объемов
2	Использованы термическое уравнение состояния идеального газа либо его следствия в любой форме, позволяющей решить задачу
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.

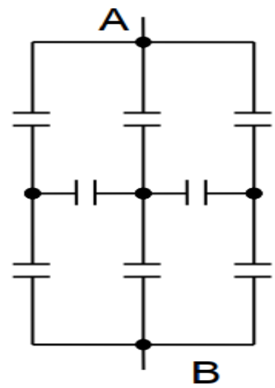
Задание 3



Определить общую емкость электрической цепи из одинаковых конденсаторов, изображенной на рисунке. Емкость одного элемента считать равной C.

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение



Стоит учесть, что поскольку потенциалы между средними точками равны друг другу, конденсаторы не будут заряжаться, а поэтому их вклад в суммарную емкость отсутствует.

В результате ответом является суммарная емкость трех параллельных ветвей конденсаторов по два последовательно расположенных конденсатора в каждой.

Емкость каждой ветки:

$$C_\text{В} = \frac{C^2}{2C} = \frac{C}{2}.$$

Суммарная емкость:

$$C_\text{АВ} = 3C_\text{В} = \frac{3C}{2}.$$

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
2	Сделан вывод о том, что потенциалы в средних точках равны
3	Нарисована эквивалентная схема
2	Сделан вывод о том, что средние конденсаторы не вносят вклад в суммарную емкость
3	Получена суммарная емкость
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.

Задание 4

В результате проведенного эксперимента получена зависимость мощности N постоянной горизонтальной силы от времени t ее действия на изначально покоящийся на гладком горизонтальном столе брусок массы m = 2 кг. Некоторые измерения могли оказаться не очень точными.

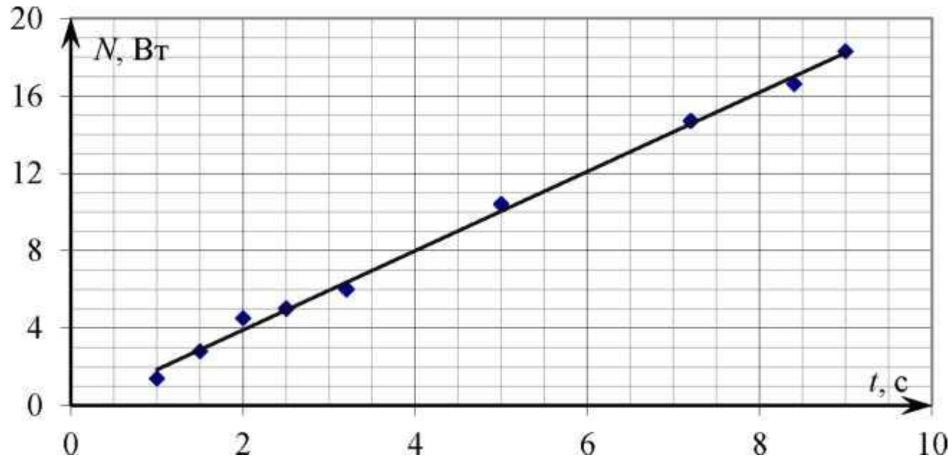
- определите мощность силы в момент времени τ = 6 с;
- найдите значение силы F.

N, Вт	1,4	2,8	4,5	5,0	6,0	10,4	14,7	16,6	18,3
t, с	1,0	1,5	2,0	2,5	3,2	5,0	7,2	8,4	9,0

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение

При постоянной силе F мощность $N = Fv = Fat = F^2t/m$, поэтому следует ожидать линейную зависимость $N(t)$. Построим график $N(t)$ по табличным данным. Методом медиан проведем наилучшую прямую из начала координат.



В момент времени τ = 6 с мощность должна составлять 12 Вт. По угловому коэффициенту наклона графика $k = F^2/m$ = 2 Вт/с определяем значение силы $F = \sqrt{km} = 2$ Н.

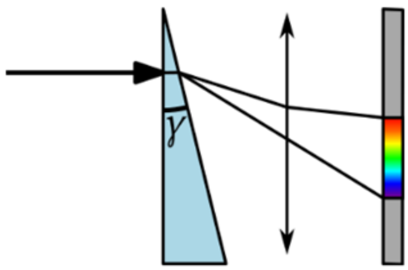
m

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
4	Определение силы по угловому коэффициенту наклона
2	Интерполяция для τ = 6 с
2	Построение (культурного) графика
2	Вывод теоретической зависимости мощности от времени
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.

Задание 5

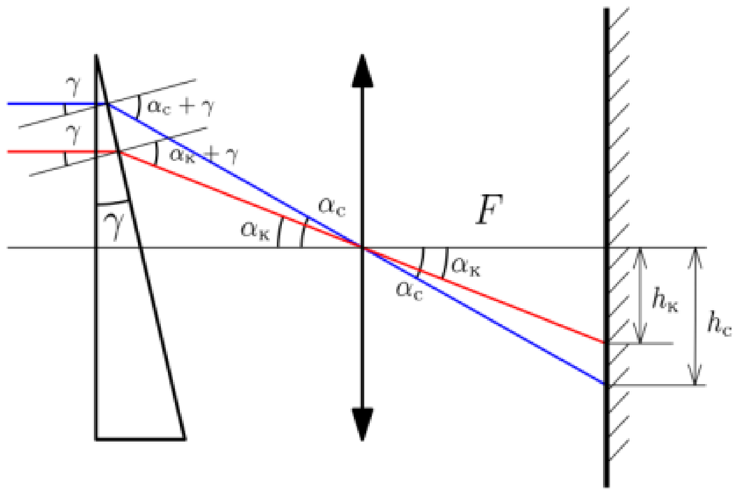


Параллельный пучок белого света падает на оптическую систему призма - собирающая линза. В фокальной плоскости линзы на экране видна радужная полоска. Расстояние от главной оптической оси до красной зоны полоски с длиной 680 нм – 4 мм, а до синей полоски с длиной волны 520 нм – 5 мм. Зависимость показателя преломления призмы от длины волны: $n = (A + B/\lambda)$. Найдите коэффициенты A и B. Оптическая сила линзы 5 дптр. Преломляющий угол призмы $\gamma = 0{,}05$ рад.

Максимум за задачу 10 баллов.

Возможное решение

Для каждой конкретной длины волны пучок будет отклоняться призмой, а после прохождения через линзу будет фокусироваться в точку в фокальной плоскости (если пренебречь зависимостью фокусного расстояния линзы от длины волны). Для нахождения положения этой точки необходимо рассмотреть луч, проходящий через оптический центр линзы. Ход таких лучей для красного и синего цветов показан на рисунке.



Обозначим как $\alpha_с$ и $\alpha_{кр}$ углы, которые будут составлять синий и красный лучи с оптической осью линзы после прохождения призмы. Тогда можно записать законы преломления для таких лучей:

$$n_с sin\gamma = \sin(\gamma + \alpha_с)$$

$$n_{кр} sin\gamma = \sin(\gamma + \alpha_{кр})$$

Принимая во внимание малость угла γ, и, как следствие, углов $\alpha_с$ и $\alpha_{кр}$

$$n_с = \frac{\gamma + \alpha_с}{\gamma} = 1 + \frac{\alpha_с}{\gamma}$$

$$n_{кр} = \frac{\gamma + \alpha_{кр}}{\gamma} = 1 + \frac{\alpha_{кр}}{\gamma}$$

Рассматривая падение лучей на экран, получим

$$\frac{h_с}{F} = tg\alpha_с \approx \alpha_с$$

$$\frac{h_{кр}}{F} = tg\alpha_{кр} \approx \alpha_{кр}$$

Тогда

$$n_с = 1 + \frac{h_с}{F\gamma}$$

$$n_{кр} = 1 + \frac{h_{кр}}{F\gamma}$$

По условию показатели преломления для синего и красного цвета имеют вид

$$A+\frac{B}{\lambda_{\text{с}}}=n_{\text{с}}$$

$$A+\frac{B}{\lambda_{\text{кр}}}=n_{\text{кр}}$$

Вычислив разницу показателей преломления, получим:

$$B\left(\frac{1}{\lambda_{\text{с}}}-\frac{1}{\lambda_{\text{кр}}}\right)=\frac{h_{\text{с}}-h_{\text{кр}}}{F\gamma}$$

$$B=\left(\frac{1}{\lambda_{\text{с}}}-\frac{1}{\lambda_{\text{с}}}\right)=\frac{(h_{\text{с}}-h_{\text{кр}})\lambda_{\text{с}}\lambda_{\text{кр}}}{F\gamma\left(\lambda_{\text{с}}-\lambda_{\text{кр}}\right)}=\frac{D(h_{\text{с}}-h_{\text{кр}})\lambda_{\text{с}}\lambda_{\text{кр}}}{\gamma\left(\lambda_{\text{с}}-\lambda_{\text{кр}}\right)}$$

Коэффициент A можно найти как:

$$A=1+D\frac{h_{\text{с}}}{\gamma}-\frac{B}{\lambda_{\text{с}}}$$

После подстановки численных значений получаем A = 1,075, B = $221\cdot10^{-9}$ м.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
2	Использование закона преломления
2	Приближение малости углов
2	Система уравнений на коэффициенты A и B
2	Итоговые выражения
2	Численный ответ
0	Решение отсутствует

Максимум за задачу 10 баллов.